

**Abschlussprüfung  
Berufskolleg**  
(Fachhochschulreife)

Prüfungsaufgaben aus  
Baden-Württemberg

Analysis 2  
Ganzrationale Funktionen  
zusammen mit  
Exponentialfunktionen

Jahrgänge 2009 bis 2016

Text Nr. 74302

Stand 12. Juli 2016

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

[www.mathe-cd.schule](http://www.mathe-cd.schule)

Demo-Text für [www.mathe-cd.de](http://www.mathe-cd.de)

## Vorwort

Dieser Text gehört zu einer Sammlung von Aufgaben, die in Baden-Württemberg für die Abschlussprüfung des **Berufskollegs** gestellt worden sind. Sie umfasst die Jahre 2002 bis 2016.

Diese Prüfung führt zur **Fachhochschulreife**.

Die Formulierung der Aufgaben wurde teilweise etwas verändert. Die Lösungen stammen nur von mir.

### Folgende Texte gibt es bzw. sind in Planung

74301	Analysis 1 – ganzrationale Funktionen	2002 - 2008	<i>noch ohne Lösungen</i>
<b>74302</b>	<b>Analysis 2 – ganzrationale Funktionen</b>	<b>ab 2009</b>	<b>Dieser Text.</b>
	Ab 2009 wurden die Aufgaben mit ganzrationalen Funktionen mit Exponentialfunktionen gekoppelt.		
74305	Analysis 3 – Exponentialfunktionen	2002 - 2009	<i>noch ohne Lösungen</i>
	Diese Aufgaben wurden mit ganzrationalen Funktionen gekoppelt.		
74306	Analysis 4 – Exponentialfunktionen	ab 2010	<i>noch ohne Lösungen</i>
	Diese Aufgaben wurden mit trigonometrischen Funktionen gekoppelt.		
74311	Analysis 5 – Trigonometrische Funktionen	ab 2002	
74321	Vektorgeometrie		<i>noch ohne Lösungen</i>
74331	Matrizenrechnung: wirtschaftliche Anwendungen		
74341	Stochastik		
<b>74251</b>	<b>Wirtschaftsrechnung: Kosten- und Gewinnfunktionen</b>		

### Zum vorliegenden Text:

Diese Aufgaben sind zwar „nur“ für die Prüfung zur Fachhochschulreife gedacht, sind aber unbedingt für Klausuren an allen Arten von Gymnasien geeignet, da Grundlagenwissen abgeprüft wird!

Ich biete fast immer manuelle Lösungen an, auch wenn es oft gestattet ist, die Ergebnisse mit einem GTR (Graphischen Taschenrechner) zu ermitteln. Das ist immer dann möglich, wenn es heißt „Bestimmen Sie ...“ oder „Geben Sie an ...“. Dies geschieht, damit die Lösungen für einen möglichst breiten Leserkreis brauchbar sind.

Lediglich Gleichungen z. B. 3. oder 4. Grades, zu denen es kein exaktes Lösungsverfahren in der Schule gibt, wurden auch hier immer mit einem GTR gelöst.

Zum Lösen von Gleichungssystem habe ich auch das Gaußsche Matrizen-Verfahren verwendet.

Ab und zu wurde auch der Screenshot eines CAS-Rechners verwendet,

Mein GTR ist CASIO fx CG 20.

## Inhalt

Jahrgang		Aufgabe	Lösung
2009	$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x$ , $h(x) = \frac{1}{9}(1 - e^{2x})$	5	17
2010	$f(x) = \frac{1}{32}x^4 - \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{8}x^2$ $g(x) = 4 - 3 \cdot e^{-2x}$	6	21
2011	$f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + x^2$ $g(x) = 2 - 5e^{-0,5x}$	7	25
2012	$f(x) = -x^4 + 6x^2 - 5$ $h(x) = -ax + b - e^{-0,5x}$	8	27
2013	$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x + 1$ $h(t) = 10^5 \cdot e^{0,02t}$	10	31
2014	$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 3x$ $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}$ $h(x) = e^{\frac{1}{2}x}$	11	36
2015	$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 4$ $k(t) = 1000 \cdot (1 - 0,85 \cdot e^{-0,0513 \cdot t})$	12	40
2016	$f(x) = -\frac{1}{12}x^4 + \frac{3}{2}x^2 - 5$ $g(x) = e^x - 4$	13	43
2017		14	
2018		15	

Demo-Text für [www.mathe-cd.de](http://www.mathe-cd.de)

## Liste interessanter Aufgabenstellungen/Lösungen

Funktionsgleichung aufstellen	
Ganzrationale Funktion 3. Grades aufstellen (verschiedene Methoden)	17
Ganzrationale Funktion 4. Grades aufstellen (verschiedene Methoden)	36, 43
Exponentialfunktion aufstellen	24
Wendepunkte / Krümmung	
Linkskrümmung in einem gesuchten Intervall	26
Wendetangente	30, 14
Tangenten	
Tangente parallel zu einer Geraden	19, 17,
Nachweis, dass eine Gerade Tangente ist	22
Wendetangente	30, 44
Flächenberechnung mit Integral	19, 14, 28, 30, 38, 41, 45
Senkrechter Schnitt zweier Kurven	20
Kurven und Funktionen zuordnen	23, 32
Extremwertaufgabe	
Maximaler Dreiecksinhalt	30, 39
Maximaler Umfang eines Rechtecks	41
Maximaler Abstand zweier Punkte	46
Funktionskompetenz	
Wahre / falsche Aussagen zu Funktionen	31
Kurven verschieben, so dass gilt	34, 39, 46
Wachstumsfunktion, Änderungsra	35, 42

**2009 – Aufgabe 1**

- 1.1 Das Schaubild einer ganzrationalen Funktion 3. Grades hat im Punkt  $H(1|3)$  eine waagrechte Tangente. Die  $x$ -Koordinate des Wendepunktes beträgt 2. Die Tangente im Wendepunkt hat die Steigung  $-1,5$ . Bestimmen Sie den Funktionsterm. (6 VP)

- 1.2 Gegeben sind die Funktionen  $f$  und  $g$  mit

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x \quad \text{und} \quad g(x) = -\frac{3}{2}x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Ihre Schaubilder sind  $K_f$  und  $K_g$ .

- 1.2.1 Welche gemeinsamen Punkte haben  $K_f$  und die  $x$ -Achse?

Geben Sie die Hoch- und Tiefpunkte von  $K_f$  an.

Stellen Sie den Funktionsterm  $f(x)$  in Produktform dar.

Zeichnen Sie  $K_f$  und  $K_g$ . (7 VP)

- 1.2.2 In welchem Punkt  $B$  berührt eine Parallele zu  $K_g$  das Schaubild  $K_f$ ?

Ermitteln Sie die Gleichung dieser Parallelen zu  $K_g$ . (4 VP)

- 1.2.3  $K_f$  und die  $x$ -Achse begrenzen eine Fläche  $A_1$ .

Ermitteln Sie den Flächeninhalt von  $A_1$ .

Die Gerade mit der Gleichung  $x = a$  mit  $a > 0$ ,  $K_f$  und die  $x$ -Achse schließen eine Fläche  $A_2$

ein. Bestimmen Sie  $a$  so, dass  $A_1$  und  $A_2$  denselben Flächeninhalt besitzen. (6 VP)

- 1.3 Die Funktion  $h$  ist gegeben durch  $h(x) = \frac{1}{9}(1 - e^{2x})$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Ihr Schaubild ist  $K_h$ .

- 1.3.1 Zeigen Sie, dass  $K_h$  und  $K_f$  sich im Ursprung senkrecht schneiden. (4 VP)

- 1.3.2 Um wie viel muss  $K_h$  nach oben verschoben werden, damit das verschobene Schaubild die  $x$ -Achse an der Stelle  $x = 1$  schneidet? (3 VP)

## 2010 – Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{1}{32}x^4 - \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{8}x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Ihr Schaubild sei  $K_f$ .

- 1.1 Ermitteln Sie die Achsenschnittpunkte und die Extrempunkte von  $f$   $K_f$ .

Zeichnen Sie  $K_f$ .

Nennen Sie die Extremstellen einer Stammfunktion von  $f$  und begründen Sie Ihre Antwort.

(9 VP)

- 1.2 Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an  $K_f$  an der Stelle  $x = -2$ .

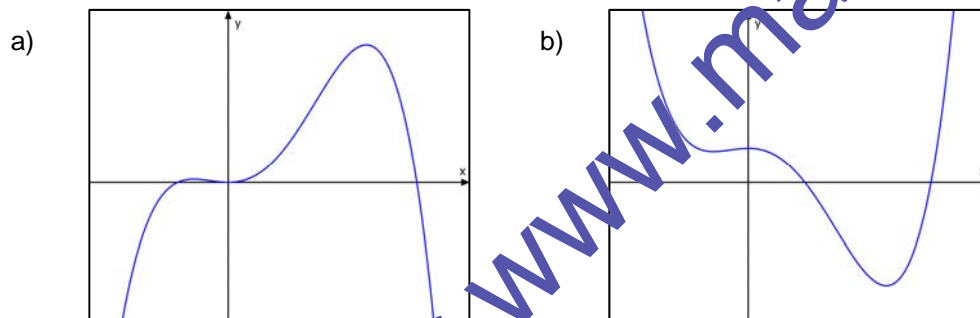
Zeigen Sie, dass diese Tangente  $K_f$  auch an der Stelle  $x = 4$  berührt.

(5 VP)

- 1.3 In dem Funktionsterm  $f(x)$  wird der Koeffizient  $-\frac{1}{8}$  von  $x^3$  abgeändert.

Begründen Sie bei jedem der folgenden Schaubilder, dass es nicht zu dem geänderten Funktionsterm gehören kann, wenn die anderen Koeffizienten gleich bleiben.

(6 VP)



- 1.4 Gegeben ist die Funktion  $g$  mit  $g(x) = 4 - 3 \cdot e^{-2x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

Das Schaubild der Funktion  $g$ , die Gerade mit der Gleichung  $x = 3$  und die Gerade mit der Gleichung  $y = 4$  sowie die  $y$ -Achse schließen eine Fläche ein.

Bestimmen Sie deren Flächeninhalt.

(4 VP)

- 1.5 Gegeben ist die Funktion  $h$  mit  $h(x) = a - be^{cx}$ ,  $x \in \mathbb{R}$  und  $a, b, c \neq 0$ .

Das Schaubild von  $h$  geht durch den Ursprung und es gilt  $h'(0) = h''(0)$ .

Zeigen Sie, dass  $a = b$  und  $c = 1$  ist.

Legen Sie einen Punkt fest, der auf dem Schaubild der Funktion  $h$  mit  $h(x) = a - ae^x$  liegt und berechnen Sie dann den Wert von  $a$ .

(6 VP)